

7. cvičení - Limity funkcí 2

✱ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtěte následující limity.

- | | |
|--|---|
| <p>(a) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$,</p> <p>(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$,</p> <p>(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$,</p> <p>(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}}$,</p> | <p>(e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left[\tan\left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right]^{\tan 2x}$,</p> <p>(f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\log x + 1}{\log x}\right)^{\log x}$,</p> <p>(g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$,</p> <p>(h) ✱ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{1}{\sin x}}$,</p> <p>(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$.</p> |
|--|---|

Příklad 2. Limity s parametrem.

- | | |
|--|--|
| <p>(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^n}$, $n \in \mathbb{Z}$,</p> <p>(b) ✱ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+7} - \sqrt[3]{x^3+7}}{(x-1)^n}$, $n \in \mathbb{Z}$,</p> <p>(c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$, $a \in \mathbb{R}$,</p> | <p>(d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}$, $m, n \in \mathbb{N}$,</p> <p>(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$, $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$,</p> <p>(f) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x$, $a \in \mathbb{R}$.</p> |
|--|--|

Příklad 3. Pomocí Heineho věty následující limity spočtěte, nebo dokažte, že neexistují.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$
- (b) ✱ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n + \cos \frac{3}{n}}}{\sqrt[6]{n^2 + \sin \frac{2}{n}} - \sqrt[3]{n}}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \cotan\left(\frac{1}{x}\right)$
- (e) ✱ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arcsin\left(\sqrt{n^2 + \sin^2 n} - \sqrt{n^2 - \cos^2 n}\right)}{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}$
- (f) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)$
- (g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log\left(\frac{1}{x} + \frac{\sin x}{2x}\right)$

Na druhé straně zkouškové příklady.



Příklad 4. Zkouškové příklady:

- (a) $\ast \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{\arctan(\arcsin x)},$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\arctan x)}{x^2},$
- (c) $\ast \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{5}{2}} \arcsin(\sqrt{x^5 + 1} - \sqrt{x^5 - 1}),$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (4x^2 - 9\pi^2) \frac{\cos x}{1 + \sin x},$
- (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(\sqrt{x^2 + \sin^2 x} - \sqrt{x^2 - \cos^2 x})}{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}},$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1}{\log \sqrt{1 + x^2}},$
- (g) $\ast \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt{e})^{\sin x} - \cos(\sqrt{x})}{\log^2(1 + \sqrt{x})},$
- (h) $\ast \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \sqrt{\arcsin x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[4]{1 - \cos x}}},$
- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2e^{\frac{4x}{x+1}} - 1\right)^{\frac{x^2+1}{3x}},$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{4^x + 5^x + 6^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}.$

